Buletin Poltanesa Vol. 23 No. 2 (Desember 2022) p-ISSN 2721-5350 e-ISSN 2721-5369
https://doi.org/10.51967/tanesa.v23i2.1166 © 2022 Politeknik Pertanian Negeri Samarinda

Perbandingan Luas Segitiga Pada *Teorema Cross* Bertingkat

Yunisa Fadhilah Hartati*
Pendidikan Matematika, STKIP Insan Madani Airmolek, Indragiri Hulu, 29352
yunisafadhillah@gmail.com
**Corresponding author*

Abstrak— Awal mula *Teorema cross* berlaku pada segitiga. Penelitian terus berkembang hingga dapat diterapkan pada persegi panjang dan segiempat. Pada matematika sekolah, teori geometri cenderung mengarah pada bangun datar ruang sederhana. Padahal bangun datar atau bangun ruang tersebut jika dimodifikasi maka akan menghasilkan bentuk baru yang lebih kreatif namun masih dengan pembuktian menggunakan berbagai pendekatan yang sederhana. Sehingga satu materi tersebut dapat memuat dan menghubungkan beberapa submateri melalui pembuktiannya serta materi tidak monoton dari masa ke masa tanpa pengembangan. Pada tulisan ini dibahas mengenai perbandingan luas segitiga *teorema cross* bertingkat dengan mengonstruksi persegi bertingkat pada masing-masing sisi bagian luar segitiga asal. Pembuktian dilakukan dengan menggunakan pendekatan luas segitiga dan pendekatan trigonometri. Studi kepustakaan merupakan metode yang digunakan dalam penelitian ini dan memanfaatkan aplikasi *geogebra* dalam memodifikasi. Hasil yang diperoleh adalah perbandingan segitiga pada *teorema Cross* tingkat pertama yaitu 1:1, untuk tingkat kedua 1:4, untuk tingkat ketiga 1:9, tingkat keempat 1:16 dan untuk tingkatan kelima adalah 1:25. Sehingga disimpulkan bahwa perbandingan luas antara segitiga asal ABC dengan segitiga hasil tingkatan adalah bilangan kuadrat yaitu 1:4, 1:9, 1:16, 1:25, ..., 1:n^2. Pola perbandingannya adalah bilangan ganjil atau dapat ditulis dengan bentuk umum $2n-1$ untuk setiap tingkatannya adalah bilangan kuadrat dan berpola bilangan ganjil.

Kata Kunci— Teorema Cross, Luas, Segitiga, Persegi Bertingkat, Perbandingan.

I. PENDAHULUAN

Matematika adalah salah satu cabang dari ilmu pengetahuan yang terus mengalami perkembangan. Dalam (Marsigit, 2012) disebutkan bahwa matematika secara garus besar adalah pengembangan semua jenis pengetahuan yang bersifat formal dan penalarannya bersifat deduktif. Boole berpendapat bahwa matematika adalah ide-ide atau gagasan-gagasan tentang jumlah dan kuantitas. Kant mengemukakan bahwa ilmu matematika adalah model yg paling brilian & kentara mengenai bagaimana logika murni berhasil mampu memperoleh kesuksesannya menggunakan bantuan pengalaman.

Geometri merupakan salah satu cabang ilmu dari matematika. Menurut (Iswadji, D & Mukhlisin, M, 2010) Geometri merupakan salah satu cabang matematika. Geometri diangkat dari pengalaman manusia dalam berinteraksi dengan bumi dengan segala aspeknya. Karena itu geometri erat kaitannya dengan kehidupan sehari-hari manusia. Secara sadar atau tidak, setiap saat atau dalam sebagian besar hidupnya, manusia senantiasa dekat dengan bentuk-bentuk geometris tersebut. Materi geometri telah dipelajari dari sekolah dasar sampai dengan perguruan tinggi. Salah satu materi geometri adalah tentang bangun datar. Berbagai macam bangun datar yang dipelajari contohnya segitiga, segiempat dan lainnya. Bangun datar yang termasuk segiempat seperti jajargenjang, trapesium, persegi, persegi panjang, belah ketupat dan layang-layang. Selain itu juga terdapat banyak teorema berkaitan dengan geometri.

Satu dari sekian banyak teorema dalam bidang geometri yang membahas tentang segitiga adalah teorema Cross. Dalam (Mashadi, 2020) dikatakan bahwa Teorema Cross menyatakan jika sebarang segitiga ABC, pada setiap sisi-sisinya dikonstruksi persegi dan titik sudut persegi-persegi tersebut dihubungkan maka akan membentuk segitiga lainnya yang mempunyai luas sama dengan segitiga ABC.

Pada umumnya teorema Cross ini hanya berlaku pada segitiga, namun beberapa peneliti telah mengembangkan Teorema Cross ini seperti teorema Cross pada segitiga dengan menggunakan persegi Panjang (Manuel & Luis, 2006), dan Teorema Cross pada segiempat (Villiers, 2007). Hasil kedua penelitian tersebut mengungkapkan bahwa ada hubungan antara luas daerah yang terbentuk dari titik-titik sudut bangun datar yang dihubungkan dengan luas daerah bangun datar awal. Beragam pembuktian teorema Cross juga telah dipaparkan dalam (Faux, 2004), (Gilbey, 2005) dan (Syawaludin, Mashadi, & Gemawati, 2019).

Pada matematika sekolah, teori geometri cenderung mengarah pada bangun datar atau bangun ruang sederhana seperti segiempat, segitiga, kubus, balok, prisma dan limas. Bangun datar atau bangun ruang yang sederhana jika dimodifikasi atau dikolaborasi, maka akan menghasilkan bentuk baru dengan pola tertentu yang saling berhubungan. Pembuktiannya dapat menggunakan

https://doi.org/10.51967/tanesa.v23i2.1166 © 2022 Politeknik Pertanian Negeri Samarinda

berbagai pendekatan seperti pendekatan trigonometeri, pendekatan luas segitiga dan konsep induksi matematika yang sudah di pelajari di bangku sekolah. Dengan demikian, satu materi tersebut dapat memuat dan menghubungkan beberapa submateri lainnya melalui pembuktiannya yang sederhana. Dengan cara ini, materi yang disampaikan kepada siswa tidak monoton dari waktu ke waktu, tetapi dikembangkan teori-teori baru yang didasarkan pada teori asli tetapi tetap menggunakan metode pembuktian sederhana. Dalam (Kariadinata, 2018) dikatakan bahwa trigonometri merupakan ilmu matematika yang mempelajari sudut segitiga dan fungsi trigonometri seperti sinus, cosinus, dan tangen.Sedangkan konsep induksi matematika dijelaskan dalam (Manullang & dkk, 2017) bahwa prinsip induksi matematika itu adalah: Misalkan P(n) merupakan suatu pernyataan bilangan asli. Pernyataan P(n) benar jika memenuhi langkah berikut ini:

a. Tunjukkan P(1) benar.
b. Asumsikan P(k) benar.
c. Jika P(k) benar, maka P(k + 1) benar, untuk setiap k bilangan asli.

Melihat adanya gejala seperti yang dijelaskan di atas dan adanya pengembangan teorema Cross oleh peneliti sebelumnya, maka peneliti tertarik untuk meneliti pengembangan lain dari teorema Cross tersebut.

Dalam tulisan ini digunakan aplikasi *Geogebra* yang sangat membantu dalam pengkonstruksian titik atau garis. (Nur, 2016) menjelaskan bahwa *Geogebra* adalah perangkat lunak serbaguna yang dapat digunakan untul pembelajaran matematika disekolah sampai perguruan tinggi, pada pembelajaran matematika *Geogebra* dapat digunakan sebagai alat peraga dan visualisasi, alat bantu konstruksi, alat bantu penemuan konsep matematika dan penyusunan bahan ajar. Sedangkan menurut (Subiono, 2021) GeoGebra Classic adalah perangkat lunak matematika dinamis untuk semua tingkat pendidikan yang menggabungkan geometri, aljabar, fungsi, spreadsheet, grafik, statistik, dan kalkulus dalam satu paket yang mudah digunakan. (Syahbana, 2016) dalam pembelajaran matematika terdapat manfaat penggunaan aplikasi geogebra yaitu sebagai berikut:

a. Untuk membuat lukisan geometris yang rumit dengan mudah dan teliti.
b. Adanya fasilitas animasi dan gerakan manipulasi yang dapat memberikan pengalaman visual dalam memahami konsep geometri.
c. Dapat digunakankan sebagai bahan evaluasi atau penilaian untuk memastikan bahwa lukisan geometri yang telah dibuat memang benar.
d. Memudahkan dalam menyelidiki atau menunjukkan sifat-sifat yang berlaku pada suatu objek geometri

Dengan menggunakan aplikasi geogebra tersebut teorema cross dimodifikasi yaitu mengkonstruksi persegi bertingkat pada sisi segitiga bagian luar. Jika pada penelitian sebelumnya menunjukkan hubungan luas segitiga hanya pada satu tingkatan saja maka pada penelitian ini ditunjukkan hubungan luas segitiga setiap tingkatan memiliki pola tertentu berdasarkan pendekatan luas segitiga dan pendekatan trigonometri. Kemudian dibuktikan bahwa pola yang diperoleh tersebut adalah benar menggunakan konsep induksi matematika.

II. METODOLOGI

A. Jenis Penelitian

Penelitian ini murni tentang pengembangan teori. Penelitian dilakukan dalam bentuk studi kepustakaan (penelitian kepustakaan) dengan materi dari jurnal dan buku-buku teks yang berkaitan dengan pembahasan pada penelitian ini. Dalam (Nurjanah, 2020) dijelaskan bahwa Penelitian kepustakaan (*library research*), adalah Penelitian yang dilakukan melalui kegiatan pengumpulan data atau tulisan ilmiah yang ditujukan untuk objek bahasan penelitian kepustakaan atau pengumpulan data, atau studi yang dilakukan untuk memecahkan suatu masalah dan pada hakikatnya menitikberatkan pada kajian kritis dan mendalam terhadap bahan pustaka yang relevan. Sedangkan menurut (Sari, 2020) dikatakan bahwa Penelitian kepustakaan adalah kegiatan penelitian yang dilakukan dengan mengumpulkan informasi dan data dengan bantuan berbagai bahan yang ada di perpustakaan, seperti buku referensi, penelitian sejenis sebelumnya, artikel, catatan, dan berbagai jurnal yang berhubungan dengan topik penelitian. Kegiatan mengumpulkan, mengolah, dan menyimpulkan data dengan menggunakan metode/teknik tertentu dilakukan secara sistematis untuk menemukan jawaban atas permasalahan yang dihadapi. Tujuan penelitian kepustakaan adalah untuk mengembangan teori atau ilmu pengetahuan terkait dengan topik yang dipilih berdasarkan hasil penelitian-penelitian sebelumnya.

B. Instrumen Penelitian

Instrumen pada penelitian ini adalah dalam bentuk verbal simbolik, yaitu mengumpulkan naskah atau bahan-bahan yang belum dianalisis dan juga berupa modifikasi bentuk pengembangan teorema cross yang dirancang pada aplikasi geogebra.

C. Teknik Analisis Data

(Mirzaqon & Purwoko, 2018) mengemukakan pada penelitian kepustakaan, teknik analisis data yang digunakan adalah metode analisis isi (*Content Analysis*). Metode analisis isi pada penelitian ini yaitu dengan cara melakukan uji coba modifikasi bentuk teorema cross segitiga menggunakan aplikasi geogebra. Kemudian menganalisis apakah terdapat bentuk dan pola baru hasil modifikasi tersebut.

D. Prosedur Penelitian

Adapun Langkah-langkah atau prosedur pada penelitian kepustakaan menurut (Mirzaqon & Purwoko, 2018) adalah sebagai berikut:

1. Pemilihan topik
2. Eksplorasi informasi
3. Menentukan fokus penelitian
4. Pengumpulan sumber data
5. Persiapan penyajian data
6. Penyusunan laporan

https://doi.org/10.51967/tanesa.v23i2.1166 © 2022 Politeknik Pertanian Negeri Samarinda

Sejalan dengan (Yaniawati, 2020) bahwa prosedur penelitian kepustakaan adalah seperti pada Gambar 1.

Gambar 1. Prosedur Penelitian kepustakaan

Berdasarkan penjelasan diatasm, Adapun langkah-langkah penelitian ini adalah:

1. Mengumpulkan informasi atau literasi terkait dengan teorema cross,
2. Mengkonstruksi bentuk teorema cross segitiga menggunakan aplikasi geogebra,
3. Uji coba modifikasi bentuk teorema cross segitiga menggunakan aplikasi geogebra. Uji coba ini dilakukan berulang-ulang dengan berbagai macam bentuk sampai menemukan bentuk baru yang memiliki pola tertentu. Bentuk modifikasi yang diperoleh adalah menambahkan tingkatan pada persegi pada teorema cross menjadi tak hingga tingkatan
4. Membuktikan pengembangan teorema cross yang sudah dibentuk. Untuk menunjukkan hubungan luas segitiga tiap tingkatan tersebut digunakan pendekatan luas segitiga dan pendekatan trigonometri sehingga diperoleh pola tertentu.
5. Untuk menunjukan bahwa pola yang diperoleh adalah benar, maka di buktikan menggunakan konsep induksi matematika.
6. Menarik kesimpulan berdasarkan hasil pembuktian.

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

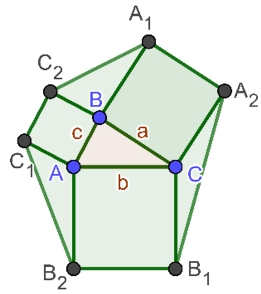
Tulisan ini membahas tentang perbandingan luas segitiga teorema cross bertingkat dengan cara mengkonstruksi persegi bertingkat pada masing-masing sisi bagian luar segitiga asal. Kemudian akan dihitung luas segitiga yang terbentuk untuk setiap tingkatannya hingga diperoleh perbandingannya dengan pola tertentu. Berikut Teorema dan pembuktiannya.

Teorema. Diketahui sebarang ΔABC, pada masing-masing sisi bagian luar segitiga, dikonstruksi persegi bertingkat sebanyak n tingkat $(n \epsilon N)$. Jika masing-masing sudut persegi dihubungkan dengan sudut persegi lainnya, maka akan terbentuk segitiga bertingkat dengan perbandingannya adalah bilangan kuadrat dan berpola bilangan ganjil.

A. *Teorema Cross Tingkat Pertama*

Berdasarkan teorema di atas, maka akan dibuktikan untuk teorema cross tingkat pertama seperti pada gambar 2.

Bukti. Misalkan $AB = c$, $BC = a$ dan $AC = b$, dengan menggunakan aturan sinus pada trigonometri untuk menghitung luas segitiga ABC, diperoleh bahwa luas daerah segitiga $ABC = \frac{1}{2} ac \sin \angle ABC = \frac{1}{2} ab \sin \angle ACB = \frac{1}{2} bc \sin \angle BAC$. Selanjutnya dari Gambar 2, dengan memperhatikan ΔA_2B_1C diperoleh $\angle A_2CB_1 = 180^O - \angle ACB$, $CA_2 = a$, $CB_1 = b$,



Gambar 2. Pengembangan Teorema Cross Tingkat Pertama

Sehingga untuk luas daerah

$$L\Delta A_2B_1C = \frac{1}{2} ab \sin \angle A_2CB_1$$
$$L\Delta A_2B_1C = \frac{1}{2} ab \sin(180^O - \angle ACB)$$
$$L\Delta A_2B_1C = \frac{1}{2} ab \sin \angle ACB$$
$$L\Delta A_2B_1C = L\Delta ABC \qquad (1)$$

Dengan cara yang sama, perhatikan ΔA_1C_2B dan ΔB_2C_1A berturut-turut diperoleh $\angle A_1BC_2 = 180^O - \angle ABC$ dan $\angle B_2AC_1 = 180^O - \angle BAC$, $BA_1 = a$, $AB_2 = b$, $BC_2 = AC_1 = c$, Sehingga diperoleh luas daerah,

$$L\Delta A_1C_2B = \frac{1}{2} ac \sin \angle A_1BC_1$$
$$L\Delta A_1C_2B = \frac{1}{2} ac \sin(180^O - \angle ABC)$$
$$L\Delta A_1C_2B = L\Delta ABC \qquad (2)$$

dan

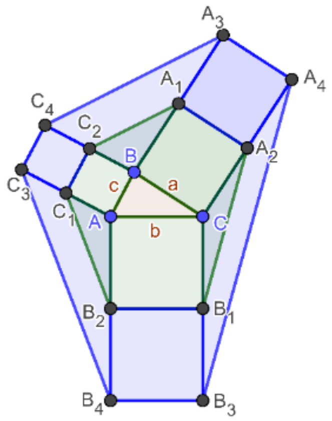
$$L\Delta B_2C_1A = \frac{1}{2} bc \sin \angle B_2AC_1$$
$$L\Delta B_2C_1A = \frac{1}{2} bc \sin(180^O - \angle BAC)$$
$$L\Delta B_2C_1A = L\Delta ABC \qquad (3)$$

Berdasarkan persamaan (1), (2) dan (3) terlihat bahwa segitiga yang diperoleh luasnya sama dengan segitiga asal. Sehingga perbandingannya adalah 1:1.

B. *Teorema Cross Tingkat Kedua*

Selanjutnya perhatikan persegi tingkat kedua seperti pada gambar 3. Segitiga bagian luarnya adalah ΔA_4B_3C dan ΔA_3C_4B dan ΔB_4C_3A. Kemudian $\angle A_2CB_1 = \angle A_4CB_3$, $\angle A_1BC_2 = \angle A_3BC_4$ dan $\angle B_2AC_1 = \angle B_4AC_3$. Dan sisinya adalah $CA_4 = BA_3 = 2a$, $CB_3 = AB_4 = 2b$ dan $BC_4 = AC_3 = 2c$.

https://doi.org/10.51967/tanesa.v23i2.1166 © 2022 Politeknik Pertanian Negeri Samarinda



Gambar 3. Pengembangan Teorema Cross Tingkat Kedua

Sehingga diperoleh luas daerah

$$L\Delta A_4B_3C = \frac{1}{2}2a.2b\sin\angle A_4CB_3$$
$$L\Delta A_4B_3C = 4\left(\frac{1}{2}ab\sin(180^O - \angle ACB)\right)$$
$$L\Delta A_4B_3C = 4L\Delta ABC \quad (4)$$

Luas daerah ΔA_4B_3C adalah

$$L\Delta A_3C_4B = \frac{1}{2}2a.2c\sin\angle A_3BC_4$$
$$L\Delta A_3C_4B = 4\left(\frac{1}{2}ac\sin(180^O - \angle ABC)\right)$$
$$L\Delta A_3C_4B = 4L\Delta ABC \quad (5)$$

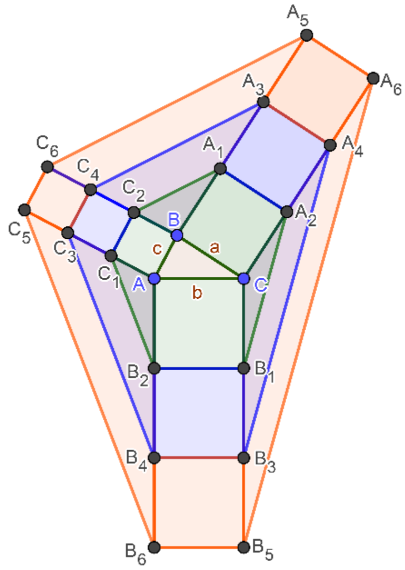
dan

$$L\Delta B_4C_3A = \frac{1}{2}2b.2c\sin\angle B_4AC_3$$
$$L\Delta B_4C_3A = 4\left(\frac{1}{2}bc\sin(180^O - \angle BAC)\right)$$
$$L\Delta B_4C_3A = 4L\Delta ABC \quad (6)$$

Dari persamaan (4), (5) dan (6) terlihat bahwa perbandingan segitiga asal dan segitiga hasil adalah 1:4.

C. Teorema Cross Tingkat Ketiga

Perhatikan persegi tingkat ketiga seperti pada gambar 4. Segitiga bagian luarnya adalah ΔA_6B_5C dan ΔA_5C_6B dan ΔB_6C_5A. Kemudian $\angle A_2CB_1 = \angle A_6CB_5$, $\angle A_1BC_2 = \angle A_5BC_6$ dan $\angle B_2AC_1 = \angle B_6AC_5$. Dan sisinya adalah $CA_6 = BA_5 = 3a$, $CB_5 = AB_6 = 3b$ dan $BC_6 = AC_5 = 3c$.



Gambar 4. Pengembangan Teorema Cross Tingkat Ketiga

Sehingga diperoleh luas daerah

$$L\Delta A_6B_5C = \frac{1}{2}3a.3b\sin\angle A_6CB_5$$
$$L\Delta A_6B_5C = 9\left(\frac{1}{2}ab\sin(180^O - \angle ACB)\right)$$
$$L\Delta A_6B_5C = 9L\Delta ABC \quad (7)$$

Luas daerah ΔA_5C_6B adalah

$$L\Delta A_5C_6B = \frac{1}{2}3a.3c\sin\angle A_5BC_6$$
$$L\Delta A_5C_6B = 9\left(\frac{1}{2}ac\sin(180^O - \angle ABC)\right)$$
$$L\Delta A_5C_6B = 9L\Delta ABC \quad (8)$$

dan

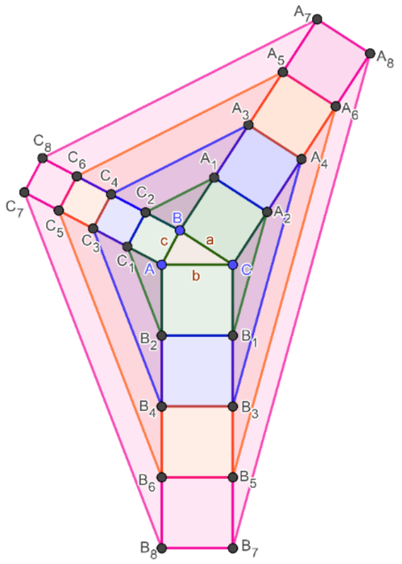
$$L\Delta B_6C_5A = \frac{1}{2}3b.3c\sin\angle B_6AC_5$$
$$L\Delta B_6C_5A = 9\left(\frac{1}{2}bc\sin(180^O - \angle BAC)\right)$$
$$L\Delta B_6C_5A = 9L\Delta ABC \quad (9)$$

Dari persamaan (7), (8) dan (9) terlihat bahwa perbandingan segitiga asal dan segitiga hasil adalah 1:9.

D. Teorema Cross Tingkat Keempat

Selanjutnya perhatikan persegi tingkat keempat seperti pada gambar 5. Segitiga bagian luarnya adalah ΔA_8B_7C dan ΔA_7C_8B dan ΔB_8C_7A. Kemudian $\angle A_2CB_1 = \angle A_8CB_7$, $\angle A_1BC_2 = \angle A_7BC_8$ dan $\angle B_2AC_1 = \angle B_8AC_7$. Dan sisinya adalah $CA_8 = BA_7 = 4a$, $CB_7 = AB_8 = 4b$ dan $BC_8 = AC_7 = 4c$.

Buletin Poltanesa Vol. 23 No. 2 (Desember 2022) p-ISSN 2721-5350 e-ISSN 2721-5369
https://doi.org/10.51967/tanesa.v23i2.1166



Gambar 5. Teorema Cross Tingkat ke Empat

Sehingga diperoleh luas daerah

$L\Delta A_8B_7C \ = \dfrac{1}{2}4a.4b\sin\angle A_8CB_7$

$L\Delta A_8B_7C \ = 16\left(\dfrac{1}{2}ab\sin(180^O - \angle ACB)\right)$

$L\Delta A_8B_7C \ = 16L\Delta ABC$ (10)

Luas daerah ΔA_7C_8B adalah

$L\Delta A_7C_8B = \dfrac{1}{2}4a.4c\sin\angle A_7BC_8$

$L\Delta A_7C_8B = 16\left(\dfrac{1}{2}ac\sin(180^O - \angle ABC)\right)$

$L\Delta A_7C_8B = 16L\Delta ABC$ (11)

dan

$L\Delta B_8C_7A = \dfrac{1}{2}4b.4c\sin\angle B_8AC_7$

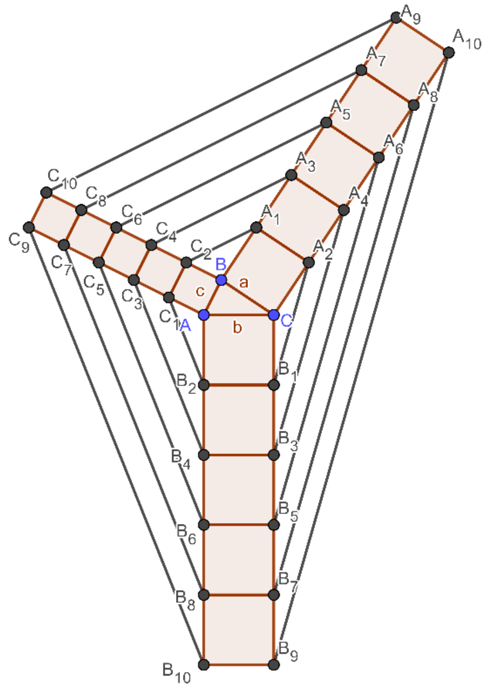
$L\Delta B_8C_7A = 16\left(\dfrac{1}{2}bc\sin(180^O - \angle BAC)\right)$

$L\Delta B_8C_7A = 16L\Delta ABC$ (12)

Dari persamaan (10), (11) dan (12) terlihat bahwa perbandingan segitiga asal dan segitiga hasil adalah 1:16.

E. Teorema Cross Tingkat Ke lima

Selanjutnya perhatikan persegi tingkat keempat seperti pada gambar 6. Segitiga bagian luarnya adalah ΔA_8B_7C dan ΔA_7C_8B dan ΔB_8C_7A. Kemudian $\angle A_2CB_1 = \angle A_8CB_7$, $\angle A_1BC_2 = \angle A_7BC_8$ dan $\angle B_2AC_1 = \angle B_8AC_7$. Dan sisinya adalah $CA_8 = BA_7 = 4a$, $CB_7 = AB_8 = 4b$ dan $BC_8 = AC_7 = 4c$.



Gambar 6. Teorema Cross Tingkat ke lima

Sehingga diperoleh luas daerah

$L\Delta A_{10}B_9C \ = \dfrac{1}{2}5a.5b\sin\angle A_{10}CB_9$

$L\Delta A_{10}B_9C \ = 25\left(\dfrac{1}{2}ab\sin(180^O - \angle ACB)\right)$

$L\Delta A_{10}B_9C \ = 25L\Delta ABC$ (13)

Luas daerah $\Delta A_9C_{10}B$ adalah

$L\Delta A_9C_{10}B = \dfrac{1}{2}5a.5c\sin\angle A_9BC_{10}$

$L\Delta A_9C_{10}B = 25\left(\dfrac{1}{2}ac\sin(180^O - \angle ABC)\right)$

$L\Delta A_9C_{10}B = 25L\Delta ABC$ (14)

dan

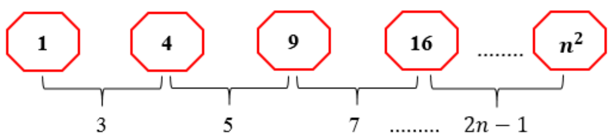
$L\Delta B_{10}C_9A = \dfrac{1}{2}5b.5c\sin\angle B_{10}AC_9$

$L\Delta B_{10}C_9A = 25\left(\dfrac{1}{2}bc\sin(180^O - \angle BAC)\right)$

$L\Delta B_{10}C_9A = 25L\Delta ABC$ (15)

Dari persamaan (13), (14) dan (15) terlihat bahwa perbandingan segitiga asal dan segitiga hasil adalah 1:25.

Dari penjelasan di atas dapat dilihat bahwa perbandingan luas segitiga pada Teorema Cross bertingkat adalah $1:4:9:16:25:\ldots:n^2$ (bilangan kuadrat). Adapun pola perbandingannya adalah $2n - 1$ (bilangan ganjil), seperti pada gambar 7.



Gambar 7. Pola Perbandingan Luas Segitiga Pada Teorema Cross Bertingkat

https://doi.org/10.51967/tanesa.v23i2.1166 © 2022 Politeknik Pertanian Negeri Samarinda

Berikutnya akan dibuktikan bahwa $1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 2n - 1 = n^2$, $n \in N$ menggunakan metode pembuktian induksi matematika.

Langkah 1
Buktikan $P(1)$ bernilai benar
$2n - 1 = n^2$
$2.1 - 1 = 1^2$
$1 = 1$ (Benar)

Langkah 2
Asumsikan $P(k)$ bernilai benar
$1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 2k - 1 = k^2$

Langkah 3
Akan dibuktikan untuk $P(k + 1)$ benar

$$\begin{aligned} 1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + (2k - 1) + (2(k + 1) - 1) \\ = k^2 + (2(k + 1) - 1) \\ k^2 + (2(k + 1) - 1) &= k^2 + 2k + 1 \\ k^2 + 2k + 1 &= k^2 + 2k + 1 \\ (k + 1)^2 &= (k + 1)^2 \qquad (13) \end{aligned}$$

Maka terbukti bahwa $1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 2n - 1 = n^2$, $n \in N$

IV. KESIMPULAN

Pada Teorema Cross segitiga, segitiga asal memiliki hubungan dengan segitiga baru yang terbentuk yaitu memiliki luas yang sama atau perbandingan luasnya adalah 1:1. Setelah dilakukan pengembangan pada teorema cross segitiga dengan cara mengkonstruksi persegi bertingkat pada masing-masing sisi bagian luar segitiga asal. Diperoleh segitiga bertingkat yang baru yang perbandingan luasnya dengan segitiga asal adalah bilangan kuadrat yaitu 1:4, 1:9, 1:16, ..., 1: n^2 dan pola perbandingannya adalah bilangan ganjil atau dapat ditulis dengan bentuk umum $2n - 1$.

DAFTAR PUSTAKA

Faux. 2004. "Happy 21st birthday cockcroft 243 and all the other threes", dalam *Mathematics Teaching 189*, 10-13.

Gilbey, J. 2005. "Responding to Geoff Fauxs challenge", dalam *Mathematics Teaching 190*, 16.

Iswadji, D & Mukhlisin, M. 2010. *Diktat Geometri*, Yogykarta:FKIP Universitas Ahmad Dahlan.

Kariadinata, R. 2018. *Trigonometri Dasar*. Bandung: CV Setia Mustika

Manuel & Luis. 2006. *Students Development of Mathematical Practices Based on the Use of Computational Technologies*. Mexico's. NJ: Center for Research and Andvanced Studies.

Manullang, S. dkk. 2017. *Matematika Kelas XI Edisi Revisi*. Jakarta: Pusat Kurikulum dan Perbukuan, Balitbang, Kemendikbud

Marsigit. 2012. *Sejarah dan Filsafat Matematika*. Yogyakarta:Fakultas Pascasarajana UNY.

Mashadi. 2020. *Geometri Lanjut II*. Pekanbaru. NJ: UR Press.

Mirzaqon. T, A dan Budi Purwoko . (2018). Studi Kepustakaan Mengenai Landasan Teori dan Praktik Konseling Expressive Writing. *Jurnal BK Unesa*, 8(1), 1-8

Nur, I.M. 2016. Pemanfaatan program geogebra dalam pembelajaran matematika, *Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, 10-19.

Nurjanah, A.S. 2020. *Peran Guru Dalam Mengembangkan Keterampilan Resolusi Konflik Melalui Pembelajaran IPS*. Bandung: Universitas Pendidikan Indonesia .

Sari, Milya. 2020. "Penelitian Kepustakaan (*Library Research*) Dalam Penelitian Pendidikan IPA", dalam *NATURAL SCIENCE: Jurnal Penelitian Bidang IPA dan Pendidikan IPA*, 6 (1), 2020, (41-53) ISSN: 2715-470X.

Syawaludin, M.R. Mashadi, Gemawati, S. 2019. "Modification Cross Theorem on Triangle with Congruence", dalam *International Journal of Theoretical and Applied Mathematics, New York*, 40-44. doi: 10.11648/j.ijtam.20180405.11.

Villiers. 2007. "An example of the discovery function of proof", dalam *Mathematics in School*, 36(4): 9-11.

Syahbana, Ali. 2016. *Belajar Menguasai GeoGebra (Program Aplikasi Pembelajaran Matematika)*. Palembang: NoerFikri Offset.

Subiono. 2021. *GeoGebra*. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

Yaniawati, R.P. 2020. *Penelitian Studi Kepustakaan (Library Research)*. Bandung: Universitas Pasundan.